



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 20.02.2026

CLASA a X-a

Subiectul 1. (25 puncte)

Arătați că dacă $z \in \mathbb{C}^*$ este soluție a ecuației $z^2 + z + 1 = 0$, atunci $z^{2025} + \frac{1}{z^{2025}} + 3 \left(z^{2027} + \frac{1}{z^{2027}} \right) = z^{2026} + \frac{1}{z^{2026}}$.

stud. Rareș-Andrei Cotoi, Facultatea de Matematică și Informatică UBB Cluj-Napoca

Subiectul 2. (25 puncte)

a) Fie $x, y, z \in (0, +\infty)$, $y \neq 1$. Să se arate că $x^{\log_y z} = z^{\log_y x}$.

b) Folosind eventual punctul a), să se arate că $21^{\log_3 2} = 2^{\log_3 7} + 7^{\log_3 2}$.

prof. Balica Ioan, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Subiectul 3. (20 puncte)

a) Fie numărul $a > 1$. Rezolvați în \mathbb{R}_+ ecuația: $x^x = a^a$.

b) Rezolvați în \mathbb{R}_+ ecuația: $x^{x^3} = 36$.

prof. Mădălin Mitrofan, Școala Gimnazială „Liviu Rebreanu” Cluj-Napoca

Subiectul 4. (20 puncte)

Fie $x, y, z \in (0, +\infty)$ cu proprietatea că $x + y + z = 9$. Să se arate că $\lg(x+1) \cdot \lg(y+1) \cdot \lg(z+1) \leq 8 \cdot \lg^3 2$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!